

Examen -Juin 2011

- Téléphone portable interdit. Tous les documents sont interdits.
- Les réponses doivent être justifiées.
- Tout résultat final de type moyenne, écart type, quantile, doit être arrondi avec deux décimales.
- Tout résultat final de type proportion, fonction de répartition, doit être arrondi à trois décimales (ou une si le résultat est exprimé sous la forme d'un pourcentage).
- Tout résultat final de densité de proportion doit être arrondi à trois décimales.
- Durée : 2h00

Exercice 1 (barème indicatif - 3,5 points). Dans une étude sur la démographie médicale dans le département des Yvelines, on a relevé pour chaque médecin du département des Yvelines :

- le canton où il exerce,
- si c'est un généraliste ou un spécialiste.

On a calculé en plus pour chaque canton l'âge moyen des médecins y exerçant :

Canton	Nombre de médecins	Répartition		âge moyen
		Généralistes	Spécialistes	
Saint-Germain-en-Laye	4	4	0	47,5
Saint-Nom-la-Bretèche	62	36	26	51,6
Sartrouville	98	49	49	52,4
Trappes	114	35	79	51,5
Triel-sur-Seine	56	31	25	51,8
Vélizy-Villacoublay	61	22	39	51,4
Versailles ville	497	226	271	51,8
Versailles-Sud	33	21	12	49,9
Le Vésinet	159	57	102	49,8
Viroflay	32	19	13	52,2

- (1) Dans cette question, on s'intéresse à la répartition des médecins des Yvelines entre généralistes et spécialistes.
 - (a) Indiquer la population étudiée, la variable considérée en précisant son type.
 - (b) Déterminer la distribution des proportions et représenter la graphiquement.
- (2) Calculer l'âge moyen des médecins exerçant dans la zone géographique composée des cantons de Versailles ville et Versailles Sud.

Exercice 2 (barème indicatif - 3,5 points). Dans une étude, l'INSEE a recensé les revenus nets annuels dans la fonction publique d'état et calculé les déciles à partir des données regroupées en classes :

Salaire	17146	19764	21580	23014	24761	26641	28915	32144	36672
Proportion cumulée	0,1	0,2	0,3	0,4	0,5	0,6	0,7	0,8	0,9

- (1) Indiquer la population étudiée et la variable mesurée en précisant son type.

- (2) Déterminer le revenu annuel net médian.
- (3) Déterminer l'intervalle de variation à 60%.

Exercice 3 (barème indicatif - 7 points). On a interrogé tous les employés d'une entreprise et relevé la distance (en km) qui sépare leur lieu d'habitation de leur lieu de travail. Les données individuelles furent regroupées en quatre classes : $]0, 8]$, $]8, 12]$, $]12, 20]$, $]20, 30]$. Les distances sont exprimées en kilomètres (km). Les résultats sont :

Distance en km	$]0, 8]$	$]8, 12]$	$]12, 20]$	$]20, 30]$
Effectif	59	6	67	18

- (1) Indiquer la population étudiée, son effectif total et la variable mesurée en précisant son type.
- (2) Déterminer la distribution des proportions de la variable étudiée et représenter la graphiquement.
- (3) Quelle est la classe modale ?
- (4) Déterminer la distance moyenne en kilomètres entre le lieu d'habitation et le lieu de travail des employés.
- (5) Calculer l'écart-type de la variable étudiée.
- (6) Calculer la proportion d'employés habitant à plus de 15 kilomètres de leur lieu de travail.

Exercice 4 (barème indicatif - 7 points). Pour les étudiants d'une UFR ayant validé leur licence, on a relevé le nombre X d'années d'inscription en licence et Y la variable indiquant s'ils ont ou non redoublé au lycée.

X \ Y	Non redoublement	Redoublement
3	308	92
4	172	102
5	73	50

- (1) Indiquer la population étudiée, son effectif total et les variables mesurées en précisant leurs types.
- (2) Quelle est la proportion d'étudiants ayant redoublé au lycée et ayant eu leur licence en 3 ans ?
- (3) Quelle est la proportion d'étudiants ayant eu leur licence en 3 ans ?
- (4) Parmi les étudiants ayant redoublé au lycée, quelle est la proportion d'étudiants ayant eu leur licence 3 ans ?
- (5) Les variables X et Y sont-elles indépendantes ?
- (6) Calculer le nombre moyen d'années d'inscription des étudiants ayant redoublé au lycée.

RAPPEL DE FORMULAIRE

– Variance (à partir de la distribution des effectifs) : $\sigma^2 = \left[\frac{\sum_{i=1}^k (x_i)^2 \times n_i}{N} \right] - \mu^2$

– Variance (à partir de la distribution des proportions) : $\sigma^2 = \left[\sum_{i=1}^k (x_i)^2 \times p_i \right] - \mu^2$

L'écart-type est défini par $\sigma = \sqrt{\sigma^2}$

– Calcul de proportions cumulées : pour $x \in]a, b]$, $F(x) = F(a) + (F(b) - F(a)) \times \frac{x - a}{b - a}$

– Quantile d'ordre α : si $q_\alpha \in]a, b]$, alors $q_\alpha = a + (b - a) \times \frac{\alpha - F(a)}{F(b) - F(a)}$